

Étude de trois créations mathématiques en CE 2

Lorsque je me suis lancée dans la méthode naturelle de mathématiques avec mes élèves suite à une participation à un atelier de Paul Le Bohec, j'ai pris l'habitude de lui envoyer régulièrement les comptes-rendus de mes séances de créations. Paul me les renvoyait annotés : il m'indiquait d'autres pistes que celles exploitées par les enfants, pas pour dire que c'était ce qu'il aurait fallu faire mais pour mettre le doigt sur tous les concepts mathématiques sous-jacents dans les créations des enfants. L'échange a duré deux années scolaires (1985 à 1987). L'année suivante, nous avons cessé nos échanges, j'étais suffisamment grande pour travailler seule ! Mais un jour j'ai tout de même eu envie de raconter quelques créations à Paul, car j'étais satisfaite et de plus en plus persuadée que nous étions dans le vrai en pratiquant « les créations mathématiques ». Voici la lettre envoyée à Paul le 24 mars 1988, avec ses commentaires envoyés en retour.

Bonjour Paul,

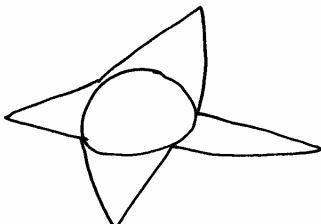
J'ai envie de t'écrire aujourd'hui (1) pour deux raisons : je viens de finir de taper à la machine pour Dominique Ramillon ton texte « Un farollo amoroso » et je viens de recevoir le cahier de roulement de notre groupe de méthode naturelle de math, cahier annoté par toi. En tapant je ne cessais de penser à ma classe, je faisais correspondre à chaque idée énoncée dans ton texte une image, une situation, une expérience vécue dans ma classe. Mais je ne suis pas encore « écrivain théoricien ». Alors il m'est difficile de mettre par écrit tout ce qui se passe dans ma tête. Je vais donc te raconter aujourd'hui l'histoire de trois créations mathématiques qui m'ont aidée à faire le point, qui m'ont confortée dans l'idée que ce que nous avons lancé, c'est ce qu'il faut faire (je n'en ai jamais douté d'ailleurs). De plus j'ai envie que tu fasses des commentaires sur mon travail : je regrette tes lettres qui commentaient les séances de créations mathématiques dans ma classe...

Création de Sambo : Au moment de mettre les créations au tableau, il manque le carnet de Sambo.

Sambo est le seul élève de la classe qui ne remplit pas son carnet à l'avance (il ne fait d'ailleurs rien comme les autres, enfant en gros échec scolaire, perturbé, mal latéralisé, il bégaye...).

Mais comme il aime qu'on travaille sur ses trouvailles, en vitesse, il griffonne quelque chose, création faite d'instinct, sans réflexion. (2)

(elle est aussi mal faite que ça,
faite en 2 secondes) (3)



Je la mets donc au tableau en l'état.

Commentaire des élèves :

élève : - Il y a un rond.

élève : - Non, c'est un cercle.

élève : - Il est à l'intérieur de triangles.

élève : - Non, ce ne sont pas des triangles, le troisième côté n'est pas droit.

élève : - Moi je vois un polygone qui a 8 côtés et au milieu un cercle.

élève : - Et il y a des axes de symétrie.

élève : - Oui, il y en a 4.

Moi, je me régale, je n'ai toujours rien dit, (ça j'ai appris à le faire) je suis ravie parce que les enfants me resservent des notions de géométrie acquises durant les mois précédents lors de nos séances de créations. Ce qui est dit, je ne l'ai pas provoqué, je sais donc qu'ils savent. (4)

(1) Moi aussi j'ai envie de t'écrire. Ce qui sort de ton travail, c'est le silence du maître et le silence de l'enfant (Sambo). Plus que le silence, c'est l'abstention. Le maître souffre, il voudrait profiter du pouvoir que lui donne son savoir. mais il se réjouit du plaisir « politique » que lui donne sa capacité à se taire, politique parce que ce sont les gens de la base qui construisent leur savoir. La quasi inutilité de l'établissement, sous ta suggestion, de la table de Pythagore : ce n'était qu'une information. Ils l'ont faite, c'est une connaissance. « Connaître, c'est primairement computer. Computer, c'est opérer sur des signes, symboles, formes via signes, symboles, formes. » (Edgar Morin) Tu vois opérer !

(2) Ça, ça me plaît cette attitude de Sambo. Quand quelqu'un sera disponible, il pourra s'intéresser plus particulièrement aux différentes attitudes de ses enfants face à la création (nous avons ainsi une infinité de pistes de recherche dans notre pratique si neuve). Il y aurait aussi les sources de la création (psychanalytique ? événementielle, affective, multiples).

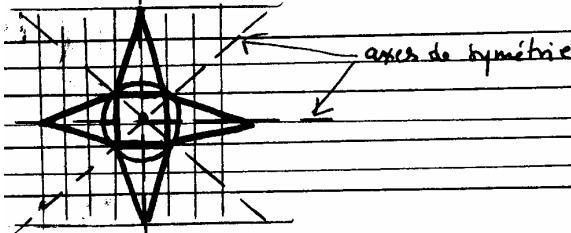
(3) Là, il y a une sorte d'imperfection : la structure n'est pas pure, mais elle est sous-jacente. C'est souvent ce qui nous émeut dans les dessins d'enfants. Ils ont voulu la structure mais ils l'ont heureusement manquée. Picasso a beaucoup exploré le gauchissement.

élève : - Les axes, on ne les voit pas bien parce que je trouve que c'est mal dessiné, il faudrait le refaire.

Accord général : Quand il s'agit de prendre règle et compas, c'est la joie générale, ils adorent dessiner au tableau.

élève : - C'est sur le tableau quadrillé qu'il faut refaire la figure et sur le cahier en s'aidant des carreaux pour que ce soit plus facile.

Accord de tous. Un groupe fait au tableau, le reste sur les cahiers :



Tout le monde est ravi du résultat, content, admire alors moi j'interviens : « D'accord, c'est bien, la figure est belle et régulière, vous y êtes arrivés mais c'est grâce aux carreaux, mais si il n'y avait pas eu de quadrillage sur notre tableau ? » (5) Alors ils me prennent au mot et se lancent dans la construction sur le tableau vierge.

Beaucoup de tâtonnement, des dessins à peu près qu'on efface ensuite après vérification (mesure). Alors quelqu'un a l'idée de dessiner les axes de symétrie pour s'aider. (Moi je ne propose rien, pourtant je sais comment il faut faire.) (6)

Pour les 2 premiers axes, pas de problème (le vertical et l'horizontal), ils sont tracés avec règle et équerre.

élève : - Les 2 autres passent au milieu.

élève : - Si c'est le milieu c'est la moitié de l'angle droit.

élève : - C'est 90 et la moitié 45. (Ils annoncent ces nombres sans savoir ce que ça représente vraiment, mais ils ont fait avancer et tourner la tortue logo de l'ordinateur, ils savent que pour tourner droit, c'est 90 et la moitié 45.) (7)

Un élève prend la règle et essaie de trouver 90 et 45 mais ça ne marche pas, il tourne dans tous les sens sans succès.

élève : - C'est normal, la règle c'est pour des longueurs, là, ce ne sont pas des longueurs, on tourne.

Un élève prend l'équerre : échec, puis le compas, tâtonne, de nouveau échec.

élève : - Il y a un autre instrument de géométrie qui n'a pas encore servi, on peut peut-être essayer. Alors, moi je jubile, je ne dis toujours rien, je laisse faire et ils arrivent à placer le rapporteur, 0 sur un axe et 90 sur l'autre.(8)

Je leur apprends « degré » au passage, on regarde la différence entre la règle et le rapporteur.(9)

On finit la figure vite maintenant que les 4 axes sont tracés avec compas et règle.

Voilà pour la création de Sambo qui pendant toute la séance n'est pas intervenu mais a tourné autour de nous les mains dans les poches, semblant ne rien perdre de la démarche. Qu'en restera-t-il pour lui ? je n'en sais rien, j'attends la suite. En tout cas, nous, nous nous sommes régaleés et ce à partir d'un griffonnage fait en 2 secondes.(10)

(4) Quel progrès tu as réalisé. voici ce que j'ai écrit à Jean Astier à ce sujet. « Mais vous posez aussi le problème de votre évolution personnelle qui est pour Monique un desserrement de sa peur, une confiance installée devant les résultats obtenus. Et c'est moi qui ai lancé ça, en m'interdisant d'avoir peur avant Noël. Et puis tu n'es pas un homme si tu n'as pas le courage d'aller jusqu'à Pâques ». Je sens qu'on va vers la confirmation d'ancien article : « Deux points c'est tout » que j'expérimente seul, aucune importance. Mais Monique expérimente aussi la non-peur. Et la non-peur peut se propager comme un mal qui répand la terreur. C'est ce que je souhaite pour l'humanité. Amen !

(5) Mais là tu interviens. Ce serait infiniment mieux si c'était venu d'un enfant (plus d'inscription dans la mémoire pour des raisons affectives). Mais le maître a le droit d'intervenir. Il ne faut pas être extrémiste. D'ailleurs les erreurs qu'il commet se réparent avec le temps (la dialectique de l'erreur du maître et de sa réparation).

(6) Oui, ça te coûte ; toi, tu sais et tu te tais !!!

(7) Référence à une expérience antérieure qui peu à peu se trouve éclairée, ne serait-ce que par l'introduction du mot degré.

(8) Faut vraiment que tu sois motivée pour réussir à te taire à ce point. Mais tu es payée de ton effort. C'est peut-être ce plaisir que tu as découvert que tu cherches à retrouver.

(9) Non, il ne me semble pas que tu leur apprennes, tu leur fournis une information (le maître en a heureusement). Et elle peut être refusée ou acceptée, ça dépend si elle tombe juste au bon moment.

(10) Moi aussi j'attends la suite avec curiosité. S'il en reste quelque chose, comment se manifestera-t-il ? dans de nouvelles créations ? dans des interventions ? en dehors des maths ? dans une assurance acquise grâce à la reconnaissance de sa valeur ? pour le travail qu'il a su provoquer ?

Création de Serhan : $1-1+2+2 \times 3 \times 3 =$

$$4-4+5+5 \times 6 \times 6 =$$

$$7-7+8+8 \times 9 \times 9 =$$

Total

Les enfants calculent et trouvent des résultats différents. On place des parenthèses qui correspondent aux différents résultats.

On allait passer quand un élève dit (11) : « C'est drôle, on trouve 1, 2, 3 sur la première ligne 4, 5, 6 sur la deuxième 7, 8, 9 sur la troisième. »

1 2 3	1 2 3
4 5 6	4 5 6
7 8 9	et si on continuait 7 8 9
.	10 11 12
	13 14 15
	16 17 18

élève : - Au bout on a la table des 3.

élève : - Il y a 3 colonnes et d'une ligne à l'autre, on ajoute 3.

élève : - Et si on faisait 4 colonnes ? (12)

1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16

etc.

élève : - On a la table des 4.

élève : - Et si on met 5 colonnes, on aura la table des 5.

élève : - Et si on veut la table des 6, il faudra 6 colonnes.

Tout le monde alors se met à griffonner et à aligner des nombres par colonnes de 2, 3, 4, 5 chiffres.

élève : - Ça c'est drôlement bien, quand on ne se rappellera plus d'une table, on rangera les nombres par colonnes.

élève : - Il faudra seulement écrire la dernière colonne :

$$\begin{array}{ccccccc} & +4 & & +4 & & +4 & +4 \\ 4 & \longrightarrow & 8 & \longrightarrow & 12 & \longrightarrow & 16 \longrightarrow 20 \end{array}$$

élève : - Pour la table des 5, on commence par 5 et on ajoute toujours 5, pour 6, on commence par 6 et on ajoute 6... (13)

élève : - Dis, Monique, si tu recopiais ce qu'on vient de trouver sur une affiche pour l'accrocher au-dessus du tableau, ce serait bien. [Cela fait 2 mois qu'on ne fait plus d'affichage mémoire au dessus du tableau... Subitement ils en ont envie de nouveau.]

Alors, là, moi je suis stupéfaite, je n'ai rien osé dire, je n'ai pas osé leur dire que le mois précédent, je leur avais fait construire à eux tous la table de Pythagore et qu'on l'avait construite de cette façon là. J'étais persuadée qu'ils savaient ce qu'ils venaient de découvrir. Tout ce que j'ai pu dire sur la table de Pythagore, ça leur avait passé au dessus de la tête, ils ont fait et m'ont écoutée poliment. Mais maintenant ils savent parce que ce sont eux qui l'ont découvert. Ils ont computé, ils ont opéré d'eux-mêmes, c'était leur chose à eux.

Voilà pour la création de Serhan qui voulait nous faire placer des parenthèses, mais nous avons appris à classer les nombres selon leur reste quand on les divise. Belle déviation !

(11) « On allait passer quand un élève dit...»
Et cette petite remarque déclenche tout un truc. Dans ce groupe classe, il y avait une sensibilité à la suite des nombres. Et le groupe est fait de tant de sensibilités. Mais le maître doit acquérir par expérience des sensibilités complémentaires ou du moins, il doit savoir entendre les manifestations les plus subtiles. Mais ça, c'est un travail à faire entre nous pour « s'agrandir » les uns les autres.

1 2 3

4 5 6

7 8 9

Là je retrouve les classes d'équivalence dont je suis si friand.

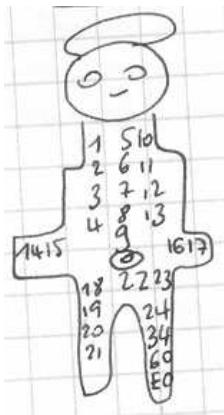
classe 1 classe 2 et classe 0 (modulo 3)
Ça permet de faire aussi beaucoup de divisions.

Cette structure peut se trouver dans la vie :
téléphone à touches, calendrier...

(12) La formule de l'attitude scientifique
« Et si » pour voir jusqu'où fonctionne la loi
(ou ce que donne la poursuite de l'opération).

(13) Cette fois c'était une sensibilité à la récapitulation des choses (ou à la synthèse ?). Autre problème : l'affichage mémoire, son utilité –dans la créativité– la reprise.

Création de Sambo



Sambo propose souvent des suites de nombres mais il se trompe surtout à 69, 70 (610).

Après avoir arrangé sa suite

23 24 34 60 70 en

24 25 26 27 28

quelqu'un remarque la disposition : et a envie de la poursuivre.

1	5	10
2	6	11
3	7	12
4	8	13
14	9	16
18	22	23
19	24	
20	34	
21	60	
	69	
	70	

élève : - On trouve la table des 9.

+4 +5 +4 +5 +4

élève : - de 1 à 5 → 4

1 5 10 14 19 23

de 5 à 10 → 5

2 6 11 15 20 24

4+5=9

3 7 12 16 21 25

4 8 13 17 22 26

table des 9 → 9 18 27

élève : - Et si on changeait la longueur des colonnes ? (14)

1	4	8	11	15	18
2	5	9	12	16	19
3	6	10	13	17	20
7		14		21	

1	6	12	17
2	7	13	18
3	8	14	19
4	9	15	20
5	10	16	21
	11		22

On trouve ainsi la table des 7, et celle des 11, et celle des 13...

élève : - Oui mais on n'a pas la table des 5. (15)

élève : - Il faut 5 dans la 2^e colonne à la fin.

1 3 6 8

élève : - Pour celle des 4, il faut 4 dans la 2^e colonne mais on n'y arrive pas... (16)

2 4 7 9

élève : - On est seulement arrivé à trouver les tables des nombres impairs. (17)

5 10

Des tâtonnements divers suivent : en commençant par 0, en mettant la colonne la plus longue en premier.

On y arrive en faisant des colonnes égales.

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

Résultat de la recherche : beaucoup de pages de cahier remplies de recherches. Méthode de travail : on observe, on élabore une règle, on la vérifie expérimentalement et en cours de route, on trouve des exceptions. (18)

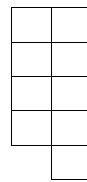
Conclusion : Il est difficile d'évaluer la part du maître lors de l'étude de ces créations. J'ai l'impression, moi de n'avoir pas fait grand chose, d'être seulement l'élément catalyseur.

Une chose est sûre maintenant, moins j'interviens, plus j'ai l'impression que les enfants apprennent et ce n'est pas la peine de leur expliquer ce qu'ils n'ont pas envie d'entendre. (19)

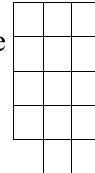
(14) Encore et toujours la formule « et si ? »

Ça serait à creuser, avec la structure on a eu un résultat. Et si on modifie la structure opératrice...

En fait, c'était ça la structure de départ.

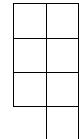


répétée.



Je sens qu'il y a une expression pour nommer cette structure opératrice mais elle m'échappe.

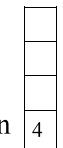
Et après le « et si » on a eu la structure :



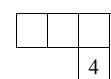
(15) Ce qui est intéressant, c'est que le problème c'était comment obtenir un 5 isolé. Là il semble qu'il s'agit d'une récurrence ou tout au moins d'une remontée pour avoir 5.

(16) Tiens spontanément j'ai envie de chercher s'il n'y a pas moyen de trouver une issue. Et c'est une tendance naturelle de l'être humain. Voici le problème :

Au lieu de deux colonnes, on n'en a qu'une à répéter. Mèzalor...



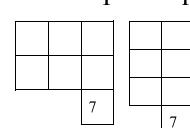
Ce Mèzalor est important. On avait un opérateur à deux colonnes et en voilà un à une colonne. Et si on cherchait des opérateurs à 3 colonnes.



4

Mais ça donne le 4. Chouette ! Et si on mettait 2 lignes horizontales. Ça donne le 7. mais celui-là on l'avait déjà.

Ah c'est parce que $2 \times 3 = 3 \times 2$



Mais alors etc.

7 7 Ce Mèzalor correspond à la tendance de l'être humain à chercher des lois qui vont loin. Plus la loi est générale plus elle est précieuse. C'est un outil efficace de structuration du monde donc de sa prise de possession.

(17) Tiens, vous avez trouvé la même solution que moi mais moi je reste dans l'utilisation des colonnes. Et vous vous l'avez perdu.

(18) Et tu vois ce n'est pas une exception, ça rentre dans le cadre général des colonnes.

(19) Ta conclusion est étonnante. Tu la vis comme une conviction, comme une certitude. Mais quel travail d'enrichissement on a à faire sur nous pour être un bon catalyseur.